



Revista Electrónica de
Tecnología, Educación y Ciencia
ISSN: 2953-5654
<http://retec.unsa.edu.ar>
Universidad Nacional de Salta

Programación No Lineal Entera en la Planificación Óptima de Turnos en Problemas de Call Centers

Angel R. Barberis ¹, Lorena E. Del Moral Sachetti ²

¹ Universidad Nacional de Salta, Facultad de Ciencias Exactas, Dpto. de Informática,
Salta - Argentina
barberis@cidia.unsa.edu.ar

² Universidad Nacional de Salta, Sede Regional Orán,
Salta - Argentina
lorena.dms.7@gmail.com

**Revista Electrónica de Tecnología, Educación y Ciencia,
Volumen 1, Número 1, pág. 72-81, jun, 2023. ISSN: 2953-5654**

Disponible en <http://retec.unsa.edu.ar/>

Programación No Lineal Entera en la Planificación Óptima de Turnos en Problemas de Call Centers

Angel R. Barberis ¹, Lorena E. Del Moral Sachetti ²

¹ Universidad Nacional de Salta, Facultad Ciencias Exactas, Dpto. de Informática
barberis@cidia.unsa.edu.ar

² Universidad Nacional de Salta, Sede Regional Orán
lorena.dms.7@gmail.com

Resumen. La optimización de Call Centers no es un problema trivial, debido a que los modelos que derivan de las fórmulas de Erlang-A son complejos. El proceso de optimización del problema consta de varias etapas. Una de ellas tiene por objetivo determinar la distribución óptima de turnos tal que los agentes disponibles puedan alcanzar el mayor nivel satisfacción en la atención del usuario. El presente artículo desarrolla un algoritmo de optimización no lineal adaptando el método clásico de Frank-Wolfe a un dominio discreto, para maximizar los niveles de servicios en la programación de turnos de los operarios.

Palabras claves: *optimización call center, planificación turnos call center, optimización no lineal entera.*

1 Introducción

La optimización de los recursos de personal y la planificación de turnos constituyen las tareas más importantes de la administración de los Centros de Llamadas/Contactos Telefónicos (CL/CT), que pretenden operar eficientemente y mantener al mismo tiempo, un cierto nivel de servicio que satisfaga al usuario que se comunica telefónicamente. La preocupación de estas organizaciones radica en la necesidad de satisfacer adecuadamente la demanda de servicios con recursos disponibles. Estos recursos son principalmente humanos, para quienes se programan los turnos y se optimiza su distribución, con el objetivo de alcanzar el nivel de servicio fijado por la administración. La tarea no es fácil, ya que los estándares de mercado demandan una estructura organizacional de mínimo costo que provea servicios de excelencia para un consumidor (usuario) exigente, que pretende una interacción eficiente con su prestadora del servicio. La combinación de los factores costo, calidad y satisfacción no es trivial, ya que los modelos matemáticos y probabilísticos de los principales indicadores de rendimientos derivan de expresiones basadas en las ecuaciones de Erlang, que son complejas en el tratamiento numérico. Aun así, los problemas de optimización de costos de personal operativo, y en particular, la programación de turnos para la determinación de las políticas óptimas de distribución, es de gran interés en las áreas de la Programación de Operaciones. En la literatura se pueden encontrar las investigaciones de Koole et al. (2003) [1] que abordan la problemática de dimensionamiento y planificación de turnos en un modelo unificado para el que obtienen soluciones óptimas explotando el concepto de la multimodularidad. También se pueden encontrar varios enfoques basados en la Programación Lineal Entera (PLE) combinados con otras técnicas así, por ejemplo, Caprara et al. (2003) [2] utilizan PLE basada branch-and-bound combinada con Programación Dinámica para la estimación de los recursos mínimos, y un algoritmo heurístico para determinar la planificación de los horarios de trabajo en un centro de llamadas de emergencia. Cezik et al. (2001) [3] desarrollaron un modelo de PLE para la planificación mínima de agentes y aproximan la programación de turnos con algoritmo de flujo de red. En el trabajo de Fukunaga (2002) [4], usan técnicas de búsqueda local con algoritmo de la inteligencia artificial para optimizar la planificación de personal con una aplicación de software. Por otro lado, Atlason et al. (2008) [5] utilizan PLE apoyado con un método del plano de corte de

centro analítico combinado con simulación para determinar la dotación de personal de mínimo costo, asegurando un nivel de servicio objetivo en términos generales. En la misma línea de trabajo, Cezik et al. (2008) [6] hacen uso de PLE para optimizar el costo de personal en un ambiente de multiabilidades, y combinan técnicas del plano de corte iterativo con Simulación para aproximar un nivel de servicio aceptable. Hishinuma et al. (2007) [7], proponen un método de computación evolucionaria basado en Tabu Search para determinar la programación de turnos óptimos.

En el presente trabajo se expone nuevo algoritmo de optimización no lineal entera para la estimación óptima de la distribución de turnos con el objeto de maximizar los niveles de servicios a partir de los recursos humanos disponibles.

2 Método

La investigación se desarrolló partiendo de la teoría básica de la optimización no lineal sobre problemas cuadrático, con funciones objetivos diferenciables en el dominio de los reales, para deducir a partir de ello, un algoritmo de pasos simples que opere con funciones objetivos no lineales y no diferenciable, en la aproximación del óptimo en un dominio discreto. Luego se realiza un estudio comparativo de rendimientos y precisión de la propuesta algorítmica frente al método de simulated annealing.

1.1 Etapas del Proceso de Optimización de Call Centers

En general, la optimización de los modelos de Call Centers es un problema difícil de tratar por la complejidad de los modelos de Erlang, sobre todo cuando se intenta aproximar éstos a la realidad. El proceso consiste de cuatro etapas:

1. *Estimación del volumen de llamadas entrantes* (forecast demand).
2. *Requerimientos y dimensionamiento del personal* (Staffing sizing and requirements or Staff scheduling).
3. *Planificación de Turnos* (Shift scheduling).
4. *Asignación de Turnos* (Rostering).

En la etapa 1, se estudian diversos modelos basados en series de tiempos para la estimación de parámetros del modelo de Call Center, como por ejemplo tasa de llegadas, de servicios, de abandonos, volumen de llamadas entrantes, etc.

Las etapas 2 y 3 conforman, básicamente, el proceso de optimización de los modelos de Call Center. Estas pueden ser abordadas en forma conjunta o de manera independientes al igual que todas las demás etapas. La etapa 2 se divide en dos sub-procesos: a) *Requerimientos*, que posibilita determinar las restricciones básicas del problema de optimización en función de las demandas estimadas en la etapa 1, y b) *Dimensionamiento*, en el que se estiman la dotación de personal con el mínimo costo para la contratación. En la etapa 3, se planifica una grilla de turnos óptimos que maximizan los niveles de servicios en función de una cantidad predeterminada de agentes (calculada en el dimensionamiento). Algunas investigaciones [5, 8] consideran a la modelización de Call Center conformada por cuatro pasos secuenciales en el que no se contempla las tareas relacionadas a la etapa 3 y desglosan los procesos de la etapa 2 en dos pasos sucesivos.

En la etapa 4, se realizan las asignaciones de agentes a los turnos según la grilla óptima estimada en la etapa 3, considerando políticas de descansos, convenios colectivos de trabajos, etc.

Tradicionalmente, la optimización de los recursos en Call Center se ha llevado a cabo con diferentes enfoques y complejidades algorítmicas.

El proceso de optimización de la etapa 2 ha recibido la mayor atención de los investigadores, razón por el cual, se le ha dedicado gran esfuerzo algorítmico y se propusieron diversas estrategias para lograr la reducción de los costos de personal [2, 5, 8, 9]. Mientras que el abordaje de la planificación de turnos que maximizan los niveles de servicios (etapa 3) se procesa en segunda instancia, y se orienta hacia la obtención aproximada de una grilla óptima de turnos. Para el cual, se describen diversas estrategias que incluyen simulación [5], algoritmos heurísticos [2], entre otros. En la literatura se encuentran trabajos en el que se realiza un abordaje conjunto de las etapas 2 y 3, por ejemplo [1] cuyos autores proponen un algoritmo simple de búsqueda local para obtener una solución óptima para ambos problemas. El algoritmo de fácil implementación sólo puede ser utilizado en problemas de pequeña envergadura debido a la lentitud del proceso de búsqueda sobre un espacio factible acotado. En [10], los investigadores generan diversos escenarios posibles buscando aquél cuyo esquema de turnos represente un bajo costo de personal y alto nivel de servicio, para el que usan un algoritmo genético. Por otro lado, en [9] descomponen el problema original en varios programas de optimización para el que se usa un algoritmo basado en la técnica del plano de corte llamado método de L-Shaped en programación estocástica. El algoritmo resuelve un programa maestro en el que se decide el dimensionamiento del personal, y con esta información se resuelve una serie de subproblemas en el que se estiman el nivel de servicio para los escenarios posibles. Basado en las soluciones de los subproblemas, el algoritmo en cada iteración adiciona una nueva restricción al problema maestro y así hasta obtener una solución satisfactoria.

El problema que se describe a continuación responde a la solución algorítmica que da respuesta al problema de la etapa 3, o sea, determina la planificación óptima de distribución de turnos para que se alcancen los niveles de servicios objetivos.

2.1 Planificación de Turnos

El problema de la planificación de turnos para el personal operativo requiere de datos provenientes de los modelos de pronósticos utilizados (etapa 1) como, por ejemplo, la tasa de llamadas entrantes λ , la tasa de servicio μ , la tasa de abandono θ ; y la administración brinda el nivel de servicio (NS) requerido y el tiempo de espera aceptable (t), las cuales serán constantes a lo largo de la jornada laboral. En este problema, el horizonte de planificación corresponde a una jornada laboral que no supera el día. La jornada se divide en m intervalos de tiempos de igual longitud denominados períodos. Las llamadas entrantes llegan a cada período según un proceso de Poisson con tasa λ_i , $i \in \{1, \dots, m\}$ las cuales, se consideran constantes dentro del intervalo i . Para cada intervalo i , se requiere una cantidad de agentes n para satisfacer un NS objetivo, y un estimador del NS a partir de los recursos disponibles. La métrica utilizada para medir el nivel de satisfacción de los usuarios (NS) es el Factor de Servicios Telefónicos (TSF). Para un período determinado el TSF es [11]:

$$TSF(\lambda, \mu, \theta, t, n) = 1 - \frac{\lambda e^{-\theta t} z(t)}{\varepsilon + \lambda z(0)}$$

donde

$$z(x) = \frac{\exp\left\{\frac{\lambda}{\theta}\right\}}{\theta} \left(\frac{\theta}{\lambda}\right)^{\frac{n\mu}{\theta}} \cdot \gamma\left(\frac{n\mu}{\theta}, \frac{\lambda}{\theta} e^{-\theta x}\right)$$

$$\gamma(x, y) \cong \int_0^y t^{x-1} e^{-t} dt, \quad x > 0, y \geq 0$$

$$\varepsilon \cong \int_0^\infty \left(1 + \frac{t\mu}{\lambda}\right)^{n-1} dt$$
(1)

El problema a resolver tiene por función objetivo a $f(x)$ que es una composición de TSF derivadas de las fórmulas de Erlang-A para el nivel de servicio, de cada período en que se divide la jornada laboral. Esto es:

$$f(x) = \frac{\sum_{i=1}^m [\lambda_i \cdot TSF_i(\lambda_i, \mu_i, \theta, t, a_i^T x)]}{\sum_{i=1}^m \lambda_i} \quad i \in \{1, \dots, m\}; \quad x \geq 0; \quad x \in \mathbb{Z}^n$$
(2)

Donde a_i es un vector con componentes 0 o 1. Las componentes con valor 1 indica que el período i -ésimo es cubierto por tantos agentes como lo indica la componente correspondiente en x .

Las restricciones de problema se conforman con una matriz $A \in \mathbb{Z}^{m \times n}$, formada por los m vectores a_i descrito antes. De la etapa 2, se obtienen los requerimientos básicos necesarios r y la cantidad de agentes disponibles Ω . Así, el problema no lineal entero a resolver es:

$$\begin{aligned} & \text{máx } f(x) \\ & \text{s.a. } Ax \geq r; \\ & 1^T x = \Omega; \quad x \geq 0; \quad x \in \mathbb{Z}^n \end{aligned}$$
(3)

3 Algoritmo de Optimización

Los problemas de Programación No Lineal Entero (PNLE) son complejos de resolver. En el ámbito de los Centros de Llamadas/Contactos Telefónicos, no hay soluciones algorítmicas que hayan obtenidos resultados óptimos claramente; ni mucho menos, hay consenso en cuanto a la mejor estrategia de implementación. Es por ello, que el presente trabajo trata de mostrar una alternativa para optimizar las políticas de planificación y distribución de turnos.

Un proceso de optimización de PNL requiere que la técnica utilizada sea eficiente y robusta. La eficiencia es de vital importancia debido a que las resoluciones de estos problemas se llevan a cabo mediante un procedimiento iterativo. La robustez tiene que ver con la habilidad que ofrece la técnica para encontrar la solución, por lo tanto, es una propiedad deseable en todo método dado el comportamiento impredecible de las funciones no lineales.

En general, un procedimiento iterativo para la optimización no lineal consiste en la realización de las siguientes tareas:

Algoritmo 1: Procedimiento básico de Optimización No Lineal

- 1). Especificar un vector inicial x^0
 - 2). Determinar una dirección de búsqueda d
 - 3). Moverse en la dirección d hasta encontrar un óptimo o una mejoría, en cuyo caso se obtiene un nuevo punto $x^{k+1} = x^k + \Delta x$, donde Δx es el tamaño del paso logrado mediante algún procedimiento.
 - 4). Repetir los pasos 2) y 3) hasta el cumplir el criterio de convergencia para la finalización del algoritmo.
-

Los distintos métodos de optimización PNL implementan la idea básica de las tareas enumeradas precedentemente o alguna estructura similar, y difieren en la manera de calcular las direcciones de búsqueda. Algunos de ellos usan información de las derivadas (Métodos Indirectos), y otros, sólo usan valores de $f(x)$ (Métodos Directos). Estos últimos tienen la ventaja de ser simples de entender y fáciles de implementar.

Una técnica clásica que usa evaluación de derivadas para resolver un problema de optimización no lineal descrito en el algoritmo 1, es el método de iteración finita para el cálculo de soluciones en un esquema de programación cuadrática propuesto por Frank-Wolfe [12]. La función objetivo $f(x)$ del problema de Frank-Wolfe debe cumplir algunas condiciones como que sea convexa y continuamente diferenciable; y que el dominio de decisión sea un subconjunto convexo compacto de algún espacio vectorial. Luego el algoritmo básico mostrado en [13] es:

Algoritmo 2: Procedimiento básico de Frank-Wolfe (1956)

Sea $x^{(0)}$ el punto inicial del espacio de decisión

Para $k = 0, 1, 2, \dots$

Compute $s := \operatorname{argmin}_{s \in D} \langle s, \nabla f(x^{(k)}) \rangle$ (2)

Compute $\gamma := \operatorname{argmin}_{t \in [0, 1]} f(x^{(k)} + t s)$ (3)

Actualice $x^{(k+1)} := x^{(k)} + \gamma s$ (4)

En la línea (2) del algoritmo 2, se busca la dirección del mayor descenso del gradiente, vector direccional que es usado en (3) para determinar la magnitud del salto γ en la dirección del mayor descenso. El valor de $\gamma \in [0, 1]$. Luego en (4), se mueve de la posición actual al nuevo punto de sondeo en la secuencia. Básicamente en cada iteración, el algoritmo considera la linealización de la función objetivo y se mueve hacia el minimizador de esta función lineal tomado sobre el mismo dominio.

El gran inconveniente en la aplicación directa de este método es que la función objetivo en (3) posee un dominio discreto, no es diferenciable, no configura un problema cuadrático, ni tampoco es convexa. Por lo tanto, se requiere una transformación radical del método para que sea aplicable al problema (3), aun así, se destaca la gran sencillez del algoritmo.

Los métodos que no usan valores de las derivadas para determinar la dirección en la que mejora la función objetivo, efectúan una búsqueda basada en un conjunto de vectores direccionales, formados por los canónicos correspondientes a cada dimensión del problema.

Puesto que no se cuenta con la información de las derivadas de la función objetivo, la búsqueda basada en información del gradiente en la línea (2) es reemplazada por un proceso de búsqueda de coordenadas direccionales (BCD). El proceso consiste en sondear una dirección de búsqueda, la cual, es obtenida de un conjunto finito de vectores direccionales D . Sea $x^{(k)}$ la solución factible en la iteración k y α_k el parámetro que determina el tamaño del paso a la que se moverá en la dirección de búsqueda. El proceso BCD evaluará la función $f(x)$ en un punto del conjunto: $V_k = \{x^{(k)} + \alpha_k \cdot d : d \in D\}$ siguiendo algún orden especificado, tratando de encontrar un punto en V_k que disminuya el valor de la función objetivo. El proceso de evaluación de la función objetivo se denomina *sondeo*.

El sondeo es exitoso cuando uno de los elementos de V_k es mejor que la solución factible actual $x^{(k)}$ en términos de los valores de f . Cuando esto sucede, el método BCD define para la próxima iteración una nueva solución factible $x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha_k \cdot d_k \in V_k$ tal que $f(x^{(k+1)}) < f(x^{(k)})$, provocando así un simple descenso en la función objetivo.

Lo siguiente es definir la estrategia de actualización del tamaño del paso α_k . En el caso de un sondeo exitoso, se podría dejar el parámetro $\alpha_{k+1} = \alpha_k$, o bien, aumentarlo según un factor. Si ninguno de los puntos en V_k conduce a una disminución de f , entonces el parámetro α_k se reduce a cero y las siguientes iteraciones de sondeos se realizarían a partir de la mejor solución factible alcanzada ($x^{(k+1)} = x^{(k)}$). Una estrategia adecuada sería estimar la longitud del paso α_i para cada dirección de búsqueda. De esta manera, el conjunto de vectores direccionales locales respecto de $x^{(k)}$ es: $V_k = \{x^{(k)} + \alpha_i \cdot d_i : d_i \in D; i = 1 \cdots |D|\}$

El sondeo así descrito puede ser oportunista, ya que se mueve al primer punto encontrado que disminuye el valor de $f(x)$, o bien, realiza una búsqueda completa en D , en cuyo caso se evalúan todos los puntos de sondeo y se toma aquel que mejora la solución factible de la iteración actual. Todas estas ideas se plasman en el algoritmo 3.

Algoritmo 3: Procedimiento básico de optimización con búsqueda direccional

0. Sea $x^{(0)}$ un punto inicial del espacio de decisión.
 1. Hacer $x^{(k+1)} = x^{(0)}$
 2. Actualizar iteración k -ésima.
 3. Hacer $x^{(k)} = x^{(k+1)}$
 4. **Para** $i = 0, 1, 2, \dots |D|$
 5. Sea d_i vector direccional de D .
 6. Compute $\alpha^* = \arg \min h(\alpha) = F(x^{(k)} + \alpha \cdot d_i)$
 7. Actualizar $x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha^* d_i$
 8. Si $F(x^{(k+1)}) < F(x^{(k)})$ volver al paso 2.
 9. Retornar $\{x^{(k+1)}\}$
-

La longitud del paso α^* en la línea 7, es igual a cero cuando no puede encontrar una magnitud unidimensional que mejore a $F(x)$.

El conjunto D puede estar formado por cualquier tipo de vectores direccionales que dependerá del problema a resolver. En caso de estar formado por vectores canónicos n -dimensionales y $F(x)$ sea convexa y diferenciable dos veces entonces el algoritmo 3 constituye el procedimiento básico de la técnica de Frank-Wolfe sin uso de derivadas.

Para dar solución al problema de optimización de Call Centers, es necesario adaptar el algoritmo 3, para que resuelva una programación no lineal según el problema definido en (3) en un dominio discreto. Para ello, se redefine la función objetivo y se incluye el término de penalización. Esto es $F(x) = f(x) + P(R(x))$ donde $R(x)$ constituye las restricciones de (3) y $P(r)$ es la función que devuelve cero si x cumple las restricciones del problema, y un valor negativo en caso de que no las cumpla.

También se requiere ajustar los valores de las componentes reales de $x^{(k+1)}$ al vector de enteros que mejor evalúa la función objetivo $F(x)$. Si el valor de la función objetivo evaluada con el vector de enteros es mayor que la evaluada con el de componentes reales entonces el proceso se reinicia evadiendo así un óptimo local. El algoritmo 4 muestra el procedimiento final que resuelve el problema no lineal entero de Call Centers.

Algoritmo 4: Procedimiento básico de optimización con búsqueda direccional

0. Sea $x^{(0)}$ un punto inicial del espacio de decisión.
1. Hacer $x^{(k+1)} = x^{(0)}$
2. Actualizar iteración k -ésima.
3. Hacer $x^{(k)} = x^{(k+1)}$
4. **Para** $i = 0, 1, 2, \dots |D|$
 5. Sea d_i vector direccional de D .
 6. Compute $\alpha^* = \arg \max h(\alpha) = F(x^{(k)} + \alpha \cdot d_i)$
 7. Actualizar $x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha^* d_i$
8. Si $F(x^{(k+1)}) > F(x^{(k)})$ volver al paso 2.
9. Sea $x^a = x^{(k+1)}$
10. Sea $x^{(k+1)} = \text{genera conjunto de Pareto}[x^a]$
11. Si $F(x^{(k+1)}) > F(x^a)$ volver al paso 2.
12. Retornar $\{x^{(k+1)}\}$

En el paso 10, se genera un conjunto de Pareto en torno a la aproximación x^a , y se extrae la mejor alternativa local en $x^{(k+1)}$.

3 Resultados Computacionales

El experimento comparativo se llevó a cabo con 9 casos de estudios, cuyos datos han sido provistos por Call Centers que operan en la vida real. A los efectos del análisis de escalabilidad se adiciona al conjunto un caso de estudio ficticio con un problema de 1000 variables. Las características de los casos de estudios se exponen en la tabla 1.

Tabla 1: Parámetros de los problemas experimentales

	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Prob	Rest.	Vbles.	Jornada	Turnos	Período	NS
1	9	6	9	4	60	95 %
2	16	13	16	4	60	95 %
3	36	21	9	4	15	95 %
4	64	31	16	8	15	95 %
5	64	41	16	6	15	95 %
6	96	81	24	4	15	95 %
7	192	177	48	4	15	95 %
8	480	465	120	4	15	95 %
9	672	657	168	4	15	95 %
10	1016	1001	254	4	15	90 %

Columnas:

- (2) Número de Restricciones
- (3) Número de Variables del Problema
- (4) Expresa la duración en horas de una jornada laboral diaria
- (5) Expresa en horas la duración de un turno de trabajo. Este valor debe ser menor al expresado en (4)
- (6) Expresa la duración en minutos de un período de observación. Este valor es fijado por la administración y puede ser uno de los siguientes valores: 10, 15, 30, 60.
- (7) Es el nivel de servicio que se pretende alcanzar. Generalmente es fijado por la administración. En estas pruebas, se ha decidido fijarlo en 95% con el objeto de exigir a los algoritmos.

En las pruebas experimentales, se usó simulación con Simulated Annealing para la validación y obtención de los resultados comparativos. Cada experimento incluyó 100 corrida de cada método, obteniéndose el intervalo de variación y el promedio, que implica la mejor aproximación.

Tabla 2: Resultados experimentales

Prob.	Aproximación de la Solución (Nivel de Servicio)				Error Relativo
	Algoritmo 4		SA		
	Intervalo	Promed.	Intervalo	Promed.	Alg. 4
1	0.987557 - 0.987557	0.987557	0.988557 - 0.988557	0.988557	0.00101
2	0.970377 - 0.9703791	0.970378	0.9704579 - 0.9704581	0.970458	0.00008
3	0.987951 - 0.987964	0.987959	0.9899468 - 0.9899478	0.989947	0.002008
4	0.974692 - 0.9746112	0.974698	0.9747539 - 0.9747545	0.974754	0.00006
5	0.975989 - 0.9759992	0.975998	0.976893 - 0.9768111	0.976899	0.0009
6	0.9641689 - 0.964176	0.964171	0.9642757 - 0.9642769	0.964276	0.00108
7	0.962951 - 0.962955	0.962953	0.9637492 - 0.9637532	0.963751	0.00083
8	0.963152 - 0.963158	0.963157	0.9632097 - 0.9632177	0.963212	0.000057
9	0.962979 - 0.962993	0.962989	0.963721 - 0.963732	0.963728	0.00076
10	0.962353 - 0.962354	0.9623534	0.962389 - 0.9623112	0.962396	0.000044

La técnica de simulación con Simulated Annealing obtiene mejor aproximación, con una carga computacional significativo, mientras que los intervalos de variación del algoritmo 4 están dentro de un rango de aceptación, cuyo promedio puede considerarse aceptable.

5 Conclusiones

Los experimentos realizados con el simulador, han arrojados resultados satisfactorios. En todos los casos, se ha alcanzado una muy buena aproximación numérica de la solución.

Dada la cantidad de agentes disponibles en un Call Center para una jornada laboral cualquiera, una programación deliberada de turnos puede conllevar a una disminución significativa del nivel de servicio. El uso de herramientas de optimización provenientes del área de las Investigaciones Operativas suele ser atractivo para dar solución al problema.

El algoritmo 4 requiere partir desde una solución factible para alcanzar una buena aproximación del óptimo. Por lo tanto, para su aplicación efectiva, se requiere estimar una solución candidata que verifique las restricciones. Si el punto inicial es muy lejano al óptimo global, el proceso de aproximación puede combinarse con técnicas permutacionales como las descriptas en Koole y van der Sluis (2003) para acelerar la convergencia.

Referencias

1. Koole G. and van der Sluis E. (2003). Optimal Shift Scheduling with a Global Service Level Constraint. *IIE Transactions*. Vol. 35 (11):1049–1055. DOI: 10.1080/07408170304398.
2. Caprara A., Monaci M. and Toth P. (2003). Models and algorithms for a staff scheduling problem. *Mathematical Programming*. Vol. 98:445-476. DOI: 10.1007/s10107-003-0413-7
3. Çezik T., Günlük O. and Luss H. (2001). An integer programming model for the weekly tour scheduling problem. *Naval Research Logistics (NRL)*. Vol. 48 (7):607-624. DOI: 10.1002/nav.1037
4. Fukunaga A., Hamilton E., Fama J., Andre D., Matan O. and Nourbakhsh I. (2002). Staff scheduling for inbound call centers and customer contact centers. *AI Magazine*. Vol. 23:30-40. <http://www.aaai.org/ojs/index.php/aimagazine/article/view/1667>
5. Atlason J., Epelman M. A. and Henderson S. G. (2008). Optimizing Call Center Staffing Using Simulation and Analytic Center Cutting-Plane Methods. *Management Science*. Vol. 54:295-309. DOI: 10.1287/mnsc.1070.0774
6. Cezik M. T. and L'Ecuyer P. (2008). Staffing Multiskill Call Centers via Linear Programming and Simulation. *Management Science*. Vol. 54:310-323. DOI: 10.1287/mnsc.1070.0824
7. Hishinuma C., Kanakubo M. and Goto T. (2007). An Agent Scheduling Optimization for Call Centers. *Proceedings of Asia-Pacific Service Computing Conference, The 2nd IEEE* pp. 423-430. *IEEE Computing Society*. DOI: 10.1109/APSCC.2007.27
8. Ingolfsson A., Campello F., Wu X. and Cabral E. (2010). Combining integer programming and the randomization method to schedule employees. *European Journal of Operational Research*. Vol. 202:153-163. DOI: 10.1016/j.ejor.2009.04.026
9. Robbins T. R. and Harrison T. P. (2010). A stochastic programming model for scheduling call centers with global Service Level Agreements. *European Journal of Operational Research*. Vol. 207:1608-1619. DOI: 10.1016/j.ejor.2010.06.013
10. Ingolfsson A., Amanul Haque M. and Umnikov A. (2002). Accounting for time-varying queueing effects in workforce scheduling. *European Journal of Operational Research*. Vol. 139:585-597. DOI: 10.1016/S0377-2217(01)00169-2
11. Zeltyn S. and Mandelbaum A. (2005). Call Centers with Impatient Customers: Many-Server Asymptotics of the M/M/n + G Queue. *Queueing Systems*. Vol. 51 (3-4):361-402. DOI: 10.1007/s11134-005-3699-8
12. Frank M. and Wolfe P. (1956). An algorithm for quadratic programming. *Naval Research Logistics Quarterly*. Vol. 3 (1-2):95-110. DOI: 10.1002/nav.3800030109
13. Clarkson K. L. (2010). Coresets, sparse greedy approximation, and the Frank-Wolfe algorithm. *ACM Trans. Algorithms*. Vol. 6 (4):1-30. DOI: 10.1145/1824777.1824783